

В настоящей статье продолжим рассмотрение компетентностных задач из курса математики Т.Е. Демидовой, С.А. Козловой, А.П. Тонких Образовательной системы «Школа 2100». Детальному анализу подлежат две, пожалуй, самые сложные в решении и методическом осмыслении задачи «Случайное блуждание частицы» и «Таинственная записка».

IV. «Случайное блуждание частицы» (см. [6, с. 29]).

Основная образовательная область, на материале которой составлена задача, – физика (раздел «Молекулярно-кинетическая теория»).

Дидактические цели:

1) применение в практической ситуации полученных на уроках математики элементарных знаний о теории вероятностей, умений конструировать «случайный эксперимент»;

2) применение в практической ситуации полученных на уроках математики умений производить элементарные расчёты в процессе исследования объектов;

3) развитие общеучебных умений создавать на основе условий задачи и контролировать алгоритм собственной деятельности; анализировать, классифицировать объекты, заносить полученные данные в таблицу с целью вывода некоторой закономерности.

Данная задача основана на теории вероятностей и представляет содержательную линию курса математики Т.Е. Демидовой, С.А. Козловой, А.П. Тонких «Элементы стохастики». Эта содержательная линия математического образования младших школьников является обязательной наряду с другими.

Основной целью задачи является выявление закономерности движения частицы при условии равновероятностного движения во всех четырёх направлениях.

В первом задании требуется придумать случайный эксперимент. Дети могут предложить разные эксперименты. Например, наиболее упро-

**Компетентностные задачи
в начальном курсе математики
Образовательной системы
«Школа 2100»
(Статья 2)***

*М.В. Дубова,
С.В. Маслова*

В статье рассматриваются научно-методические аспекты решения компетентностных задач в начальной школе. Проанализированы две последние из пяти компетентностных задач, включённых в учебники математики Образовательной системы «Школа 2100».

Ключевые слова: компетентностная задача, учебники математики для начальной школы, Образовательная система «Школа 2100».

* Продолжение. Статья 1 опубликована в № 12 за 2010 г.

Работа проводилась при финансовой поддержке Федерального агентства по науке и инновациям за счёт средств ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг. по теме «Методология, теория и практика проектирования гуманитарных технологий в образовании» (№ 02.740.11.0427).

щённый и доступный для понимания большинством учащихся вариант – карточки с написанными на них направлениями движения. Более сложные, но не менее занимательные варианты – разноцветные шары, монеты, игральные карты и т.п.

Используя любой из экспериментов, нужно записать полученные шаги, длина пути которых равна 20. Предлагается изобразить на клетчатой бумаге путь движения одной частицы. Поскольку каждый раз частица смещается на одну клетку (один шаг) вправо, влево, вниз или вверх, двигаясь в каждом из направлений с одинаковой вероятностью, то траектория её движения может быть различной, например такой, как на рис. 1.

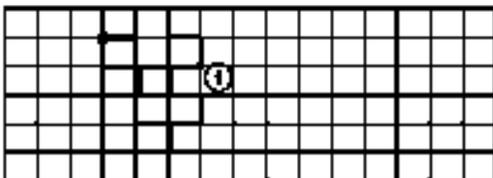


Рис. 1

Выявить какую-либо закономерность, и закономерность движения частицы в том числе, опираясь на единственный рассмотренный случай, невозможно. Поэтому авторы учебника предлагают воспроизвести траекторию движения частицы 20 раз.

Начертим ещё 19 траекторий, по которым могли бы двигаться частицы (рис. 2).

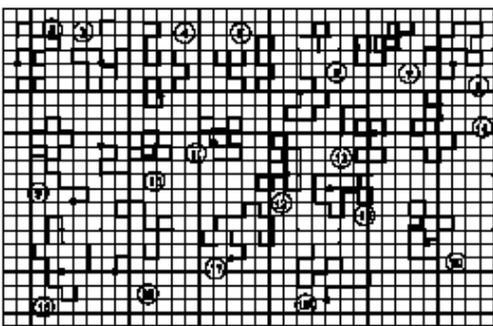


Рис. 2

Далее предлагается сравнить пути движения разных частиц. Чтобы младшие школьники не блуждали подобно только что рассмотренным частицам, авторы учебника выделяют ряд признаков (виды путей), который необходимо проанализировать.

При решении этой задачи проводится пропедевтическая работа по усвоению элементарных основ теории вероятностей. Обратимся к теоретической, точнее – математической основе рассматриваемой задачи.

Известно, что «в реальной жизни все явления, процессы и события подчинены определённым закономерностям» [3, с. 651]. Один из разделов математики – теория вероятностей – занимается описанием случайных событий. В рассматриваемом случае шаги в траектории движения частицы будут относиться к неопределённым, или случайным, событиям, ситуациям.

Статистическое определение вероятности звучит так: «Вероятностью события A в данном испытании называют число $P(A)$, около которого группируются значения относительной частоты при больших n » [1, с. 514], где под испытанием понимается эксперимент, опыт, наблюдение.

Опираясь на полученные результаты, заполним таблицу, предлагаемую авторами учебника (табл. 1). Заметим, что сумма количества путей, обозначенных в таблице, не равна 20, так как первое и последующие условия могут выполняться одновременно.

Таблица 1

Виды путей	Количество путей
Проходящие через начальную точку	11
Заканчивающиеся слева от начальной точки	6
Заканчивающиеся справа от начальной точки	4
Заканчивающиеся на одной вертикали с начальной точкой	5
Ни разу не идущие вниз	0
Ни разу не идущие вверх	0

В результате проведённых построений учащийся сможет сделать следующие выводы: почти половину от общего числа траекторий составляют пути, проходящие через начальную точку, столько же – заканчивающиеся слева и справа от начальной точки. Четвёртую часть траекторий составляют пути, заканчивающиеся на одной вертикали с начальной точкой. Ни разу не создалось ситуации, когда пути соответствовали бы двум последним строкам таблицы. Это связано с

Таблица 3

Виды движения	Всего движений
Движение вверх	111
Движение вниз	85
Движение влево	100
Движение вправо	104

$$\frac{111}{400}, \quad \frac{85}{400}, \quad \frac{100}{400}, \quad \frac{104}{400}$$

тем, что в задаче дано условие: «Двигаться в каждом из направлений она (частица. – *М.Д., С.М.*) может с одинаковой вероятностью». Таким образом, количество путей, «ни разу не идущих вниз и вверх», возможно, но вероятность таких событий стремится к нулю. Естественно, что соотношение полученных частей может варьироваться в зависимости от проведённых экспериментов, т.е. выводы учащихся могут расходиться.

На наш взгляд, в качестве дополнительного задания к данной задаче, направленного на получение однозначных выводов, можно предложить подсчитать количество движений частицы вверх, вниз, влево и вправо, подводя тем самым младших школьников к упрощённой формулировке вероятности событий. Чтобы не произошло путаницы при подсчёте, целесообразно заполнить таблицы, отражающей шаги каждой из двадцати частиц. Составим такую таблицу для проведённого нами эксперимента, зафиксированного на рис. 1 и 2 (табл. 2).

Правильность заполнения таблицы проверяется по вертикали (сумма в каждом случае должна быть равна 20). Замечательно, если ученики догадаются об этом самостоятельно.

Используя данные таблицы, мы можем подсчитать общее количество шагов, сделанных вверх, вниз, влево и вправо. Для нашего случая соответствующие значения приведены в табл. 3.

Подсчитаем относительные частоты движения частицы в различных направлениях. В начальном курсе математики подобные вычисления могут выглядеть следующим образом:

Опираясь на приведённое определение вероятности, укажем, что в нашем случае все эти частоты группируются около числа $\frac{100}{400}$, т.е. вероятность равна $\frac{1}{4}$. А это значит, что произвольное, хаотичное движение частицы может совершаться с одинаковой вероятностью в любом из указанных четырёх направлений.

Компетентностная задача «Случайное блуждание частицы» является ярким примером пропедевтической работы по формированию элементов теории вероятностей в начальном курсе математики, закладывая у младших школьников фундамент по изучению математики в основной и, как видим на проведённом примере, в высшей школе. По моему мнению, некоторая коррекция заданий, способствующая выведению единого математического знания, должна помочь в постановке основной цели компетентностной задачи.

V. «Таинственная записка» (см. [6, с. 75]).

Основная образовательная область, на материале которой составлена задача, – история (раздел «История Отечества»).

Дидактические цели:

1) применение в практической ситуации полученных на уроках окру-

Таблица 2

Виды движения частицы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Движение вверх	3	6	6	8	5	7	6	5	6	4	5	7	5	4	5	8	5	5	6	5
Движение вниз	7	4	3	3	5	3	4	5	3	4	5	5	5	6	6	3	4	4	2	4
Движение влево	4	5	5	5	5	5	3	6	7	5	5	4	6	6	4	4	6	4	5	6
Движение вправо	6	5	6	4	5	5	7	4	4	7	5	4	4	4	5	5	5	7	7	5

жающего мира знаний о важных событиях отечественной истории XVII – начала XX вв., умения сопоставлять историческое событие со временем правления царствующих особ;

2) применение в практической ситуации полученных на уроках математики знаний о величине «время» в аспектах «время-дата» и «время-продолжительность», умения определять время в веках по числовому значению времени-даты, умения работать с графом;

3) развитие общеучебных умений работать с информацией, представленной в табличной форме; систематизировать информацию, учитывая условия задачи.

Для решения этой задачи учащимся необходимы знания по истории Отечества XVII – начала XX вв., которые они получили в 3-м классе в рамках предмета «Окружающий мир» [2], а также предполагается обращение к другим источникам информации. Естественно, что один небольшой по объёму экскурс в историю, рассчитанный лишь на полгода в четырёхлетней школе, не способен дать полное представление обо всех исторических событиях такого длительного промежутка времени, как несколько столетий. Поэтому появление подобной компетентностной задачи в учебнике математики предоставляет дополнительные возможности развития уже имеющихся и приобретения новых знаний, относящихся к определённому историческому периоду.

Первое задание задачи представлено в виде графа. Следует построить

граф, показывающий последовательность правления указанных царствующих особ. Чтобы это сделать, требуется заполнить таблицу, помещённую далее.

Заголовок одного из столбцов таблицы – «Некоторые правители династии». Авторы не указывают династию царей, предлагая учащимся самостоятельно, пользуясь дополнительными источниками, выяснить, что им представлена династия Романовых.

Задание заключается в соотнесении годов правления членов династии с веком. Если годы правления царя пришлись на смену веков, то приводятся оба века. Это достаточно сложная для младших школьников работа, которая в готовом виде должна выглядеть следующим образом (табл. 4).

Таблица 4

Некоторые правители династии	Годы правления	Века
Пётр I	1689–1725	XVII, XVIII
Михаил Фёдорович	1613–1645	XVII
Екатерина II	1762–1796	XVIII
Николай II	1894–1917	XIX–XX
Александр I	1801–1825	XIX

Опираясь на данные таблицы, начертим ленту времени и расположим на ней царствующую династию Романовых (схема 1). Этот промежуточный этап работы, не предусмотренный, но вероятно подразумеваемый в задаче, поможет в выполнении первого задания.

Теперь возможно выполнение первого задания по построению графа (схема 2).

Схема 1

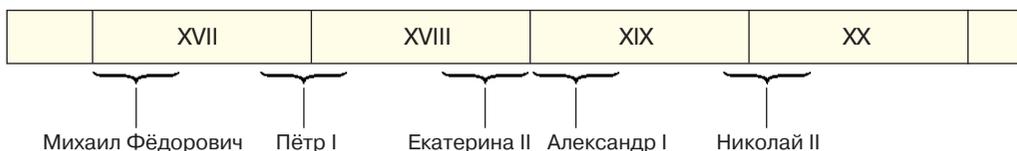
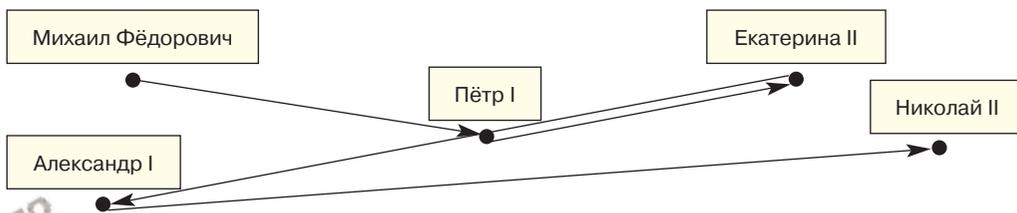


Схема 2



В таблице и на графе указаны далеко не все имена царей, принадлежащих к данной династии (всего их на российском престоле побывало 19). Имя Александра II не фигурирует в условии задачи, хотя его правление достаточно подробно рассматривается наряду с упомянутыми Михаилом Фёдоровичем, Петром I, Екатериной II, Александром I и Николаем II [2]. Годы правления Александра II (1855–1881) приходятся на XIX в., так же как и годы правления Александра I. Полагаем, авторы учебника математики не упоминают Александра II, чтобы учащиеся не запутались в XIX в. ленты времени.

Следующее задание компетентностной задачи также сформулировано в виде таблицы. Учащимся следует соотнести предлагаемое историческое событие с именем русского царя или царицы, во времена правления которого оно происходило. Заполнение таблицы – это полностью самостоятельная работа с дополнительной информацией, так как ни открытие Навигацкой школы, ни экспедиция Витуса Беринга, ни строительство первых заводов на Урале, ни завоевание Россией берегов Чёрного моря в рамках изучения истории Отечества в 3-м классе не рассматривались. Единственное событие, которое упомянуто в учебнике, – это открытие Московского университета, связанное по тексту с именем М.В. Ломоносова, но не указывающее на правившую в то время императрицу Елизавету Петровну.

Останемся на названных авторами исторических событиях, небольшая дополнительная информация относительно которых поможет учителям свободнее ориентироваться в процессе решения данной задачи.

Открытие Навигацкой школы. Её распространённое название «Школа математических и навигацких наук», и основана она в 1701 г. в Москве Петром I. Это заведение готовило специалистов флота, судостроителей, геодезистов и других специалистов.

Экспедиция Витуса Беринга. Беринг Витус Ионассен (Иван Иванович) – мореплаватель, капитан-командор русского флота. Руководитель первой (1725–1730) и

второй (1733–1741) Камчатских экспедиций. Прошёл между Чукотским полуостровом и Аляской (пролив между ними теперь носит его имя), достиг Северной Америки и открыл ряд островов Алеутской гряды [4, с. 217]. 23 декабря 1724 г. Пётр I издал указ о назначении экспедиции, а 6 января 1725 г., за три недели до своей смерти, собственноручно написал инструкцию Берингу.

Опираясь на карту маршрута Витуса Беринга, прилагаемую к задаче «Учения по картам» (см. [5, с. 81]), мы можем судить, что речь идёт о первой Камчатской экспедиции, а значит, и имя императора, с которым связано это событие, – Пётр I. Однако мореплаватель лишь начал эту экспедицию по указу Великого Петра, в дальнейшем она проходила во времена недолгого правления Екатерины I.

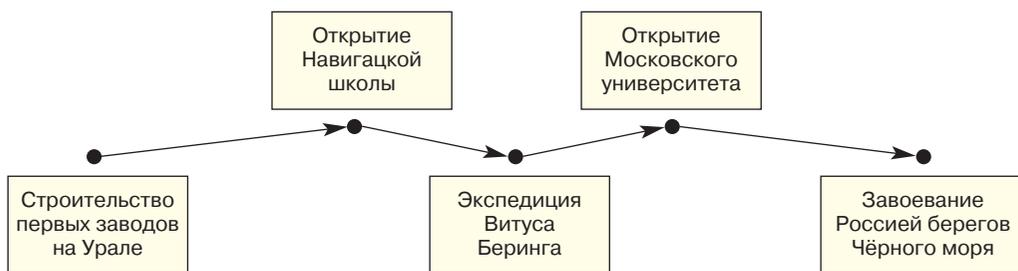
Открытие Московского университета. Указ об открытии Московского университета был подписан императрицей Елизаветой Петровной 12 января 1755 г., в день святой Татианы. Именно эта дата стала отмечаться как день рождения университета, а святая, когда-то в далёком Древнем Риме противостоявшая жестокости язычников, была объявлена покровительницей студентов и профессоров.

Строительство первых заводов на Урале. Первое в России государственное железоделательное предприятие было построено на Урале сыном боярским Иваном Шульгиным в 1630 г. во времена правления первого царя из династии Романовых – Михаила Фёдоровича.

Завоевание Россией берегов Чёрного моря. В конце XVII – начале XVIII вв. императрица Екатерина II приняла решение возратить России побережье Чёрного моря и создать на нём линейный флот. Первое место в завоевании вод этого моря принадлежит адмиралу Ф.Ф. Ушакову.

Последнее, четвёртое задание в данной задаче – граф, показывающий последовательность рассматриваемых исторических событий. Учащиеся должны в который раз обратиться к ленте времени, чтобы зафиксировать определённые даты.

Опираясь на приведённые выше сведения, можно заполнить таблицу,



также отметить годы, в которые происходило каждое из названных событий (табл. 5).

Таблица 5

Историческое событие	Имя русского царя или царицы, во времена которых происходило это событие
Открытие Навигацкой школы	Пётр I, 1701 г.
Экспедиция Витуса Беринга	Пётр I и Екатерина I, 1725–1730 гг.
Открытие Московского университета	Елизавета Петровна, 1755 г.
Строительство первых заводов на Урале	Михаил Фёдорович, 1630 г.
Завоевание Россией берегов Чёрного моря	Екатерина II, 1775–1783 гг.

Пользуясь данными таблицы, можно расположить исторические события и на графе (схема 3).

Связывая изучение ленты времени с римской записью чисел, показывая корреляцию между годами правления русских царей и веком, указывая на необходимость выяснения связи между именем царствующей персоны и тем или иным историческим событием, авторы учебника поднимают актуальную проблему обращения молодого поколения к своим историческим корням.

Анализ данной задачи при первом приближении приводит к мысли о том, что при составлении условия, вероятно, стоило бы сделать акцент на тех событиях, которые были особо отмечены в учебнике по истории Отечества. С другой стороны, авторы мотивировали младших школьников на поиск дополнительной исторической информации, необходимость её обработки, получение новых знаний.

До недавнего времени педагоги ещё не сталкивались на страни-

цах учебников с компетентностными задачами, несущими в себе значительный дидактический потенциал. Возможность раздвинуть рамки каждой из образовательных областей, увидеть взаимосвязь между различными изучаемыми предметами, попытаться понять сущность рассматриваемых вопросов – далеко не полный перечень функций, которые реализуются посредством работы над компетентностными задачами. Однако самое главное, что преследует составление таких задач, – выход, естественный и свободный, за пределы школьного обучения в реальный, творчески преобразуемый мир.

Литература

1. Баврин, И.И. Высшая математика : учеб. / И.И. Баврин. – М. : Академия, 2004.
2. Вахрушев, А.А. Окружающий мир : учеб. для 3-го класса ; в 2-х ч. ; ч. 2 («Моё Отечество») / А.А. Вахрушев [и др.]. – М. : Баласс, 2009.
3. Горлач, Б.А. Математика: учеб. пос. / Б.А. Горлач. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2006.
4. Данилов, А.А. История России IX–XIX вв. : справочные мат. / А.А. Данилов. – М. : ВЛАДОС, 1998.
5. Демидова, Т.Е. Моя математика : учеб. для 4-го класса ; в 3-х ч. ; ч. 1. / Т.Е. Демидова, С.А. Козлова, А.П. Тонких. – М. : Баласс ; Изд. дом РАО, 2006.
6. Демидова, Т.Е. Моя математика : учеб. для 4-го класса ; в 3-х ч. ; ч. 3. / Т.Е. Демидова, С.А. Козлова, А.П. Тонких. – М. : Баласс ; Изд. дом РАО, 2006.

Марина Вениаминовна Дубова – канд. пед. наук, доцент кафедры методики начального образования Мордовского государственного педагогического института;

Светлана Валерьевна Маслова – канд. пед. наук, доцент кафедры методики начального образования Мордовского государственного педагогического института, г. Саранск, Республика Мордовия.