Формирование у учащихся навыков самоконтроля в процессе проверки решения задач

С.А. Зайцева,
И.И. Целищева

Наши исследования по решению текстовых задач в 1–6-м классах показали, что многие учащиеся, допускающие ошибки в выборе действий, не приучены проверять решение задачи. Между тем умение решать текстовые задачи является одним из основных показателей уровня математического развития, глубины усвоения учебного материала. Фундамент этих умений закладывается в младшем школьном возрасте. Программа начальной школы требует развития самостоятельности детей в решении текстовых задач. Каждый ученик должен уметь кратко записать задачу, обосновать каждый шаг в её анализе и решении, проверить правильность решения.

На этапе проверки ученик на основе ряда умственных или практических действий должен сделать вывод в виде рассуждения: «Так как ..., то задача решается верно (неверно)».

Известно несколько способов проверки:

1) составление и решение обратной задачи;

2) решение задачи другим способом;

3) соотнесение полученного результата и условия задачи или разыгрывание условия;

4) прикидка ответа или установление его границ.

Прежде чем мы рассмотрим каждый из вышеназванных способов, отметим важное обстоятельство, которое на практике чаще всего упускается из вида. Формируя у учащихся умение проводить проверку решения текстовых задач, учитель не должен забывать о цели, носящей более общий характер: о формировании одного из компонентов учебной деятельности – самоконтроля. Это значит, что действия при проверке должны представляться в начале обучения этому виду деятельности менее трудными и более обоснованными, чем решение проверяемой задачи. В противном случае работа по проверке не может служить для ученика средством контроля выполненного решения, а будет восприниматься как дополнительная работа, цель которой ему непонятна, но которую нужно выполнить по требованию учителя. Ясно, что такая проверка не только не способствует формированию самоконтроля, но и препятствует этому, так как искажает в сознании учащихся смысл проверки. Именно поэтому мы проведём анализ способов проверки решения задач с точки зрения степени их влияния на становление самоконтроля учащихся, а также на развитие вариативности и гибкости мышления.

1. Составление и решение обратной задачи.

При проверке решения задачи этим способом учащиеся, как известно, должны выполнить ряд действий: а) подставить в текст задачи найденное число; б) выбрать новое искомое; в) сформулировать новую задачу; г) решить её; д) сравнить полученное число с тем данным первой задачи, которое было выбрано в качестве искомого, и на основе этого сравнения составить соответствующее умозаключение о правильности решения прямой задачи. Рассмотрим пример:

В трёх ящиках было по 9 кг печенья. Когда часть печенья продали, осталось 6 кг. Сколько печенья продали?

Решение задачи:

1) $9 \cdot 3 = 27$ (кг) – *было*

2) $27 - 6 = 21$ (кг) – *продали*

Затем составляется одна из обратных задач:

В трёх ящиках по 9 кг печенья. Продали 21 кг печенья. Сколько печенья осталось?

Решив её:

1) 9 . 3 = 27 (кг) – *было*

3) $27 - 21 = 6$ (кг) – *осталось,*

учащиеся делают вывод: «Поскольку в условии первой задачи было сказано, что осталось 6 кг печенья, и во второй задаче мы получили, что осталось 6 кг, то задача решена верно».

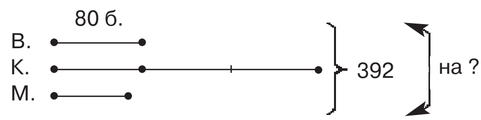
Объективно степень сложности обратной задачи не превосходит степени сложности прямой: обратная задача содержит столько же данных, те же отношения и связи, только неизвестными могут быть другие компоненты этих отношений. Однако, кроме решения обратной задачи, учащиеся должны ещё составить её. Это значительно усложняет процесс проверки.

Из сказанного следует, что составление и решение обратной задачи в большинстве случаев – задание более сложное для учащихся, чем решение прямой задачи, а поэтому психологически не может восприниматься ими как критерий правильности решения. Самостоятельное применение учащимися этого способа проверки в качестве средства самоконтроля вряд ли приемлемо в 1-м и 2-м классах. Данный способ проверки лучше применять в учебном процессе 3-го и 4-го классов, когда большинство учащихся уже умеют решать задачи.

Поскольку описанный способ развивает гибкость мышления детей, рекомендуем его для проверки решения задач дома. При этом можно указать, какое данное следует принять за неизвестное, так как не все обратные задачи можно решить привычным детям арифметическим способом. Приведём пример:

В магазин привезли 392 банки вишнёвого, клубничного и малинового варенья. Вишнёвого варенья привезли 80 банок, а клубничного в три раза больше, чем вишнёвого. На сколько банок больше привезли вишнёвого варенья, чем малинового?

Решение:



1) $80 \cdot 3 = 240$ (б.) – *привезли клубничного варенья*

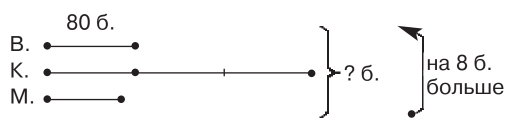
2) $80 + 240 = 320$ (б.) – *привезли вишнёвого и клубничного варенья*

3) $392 - 320 = 72$ (б.) – *привезли малинового варенья*

4) $80 - 72 = 8$ (б.) – *на столько банок больше привезли вишнёвого варенья, чем малинового*

Обратные задачи можно получить, преобразовав модель, например:

Задача 1.



В магазин привезли несколько банок вишнёвого, клубничного и малинового варенья. Вишнёвого варенья привезли 80 банок, а клубничного в три раза больше, чем вишнёвого. Вишнёвого варенья привезли на 8 банок больше, чем малинового. Сколько всего банок варенья привезли в магазин?

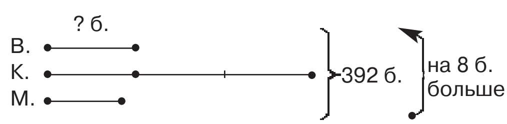
1) $80 - 8 = 72$ (б.) – *привезли малинового варенья*

2) $80 \cdot 3 = 240$ (б.) – *привезли клубничного варенья*

3) $240 + 72 = 312$ (б.) – *привезли клубничного и малинового варенья*

4) $312 \cdot 80 = 392$ (б.) – *всего банок варенья привезли в магазин*

Задача 2.



В магазин привезли 392 банки вишнёвого, клубничного и малинового варенья. Привезли несколько банок вишнёвого варенья, а клубничного в три раза больше, чем вишнёвого. Вишнёвого варенья привезли на 8 банок больше, чем малинового. Сколько банок вишнёвого варенья привезли в магазин?

1) $392 + 8 = 400$ (б.) – *столько привезли бы банок с вареньем всего, если*

бы малинового варенья привезли столько же, сколько вишнёвого

Примем количество банок вишнёвого варенья за 1 часть, тогда клубничного будет 3 части и 1 часть малинового, к количеству которого мы добавили 8 банок.

2) 1 + 3 + 1 = 5 (ч.) – *столько частей содержалось бы в 400 банках варенья, одна из которых соответствует количеству банок с вишнёвым вареньем*

3) 400 : 5 = 80 (б.) – *привезли вишнёвого варенья*

<u>Задача 3.</u>

В магазин привезли несколько банок вишнёвого, клубничного и малинового варенья. Вишнёвого варенья привезли 80 банок, а клубничного в несколько раз больше, чем вишнёвого. Вишнёвого варенья привезли на 8 банок больше, чем малинового. Во сколько раз больше привезли клубничного варенья, чем вишнёвого?

1) 80 – 8 = 72 (б.) – *привезли малинового варенья*

2) 80 + 72 = 152 (б.) – *привезли малинового и вишнёвого варенья*

3) 392 – 152 = 240 (б.) – *привезли клубничного варенья*

4) 240 : 80 = 3 (р.) – *во столько раз больше привезли клубничного варенья, чем вишнёвого*

2. Решение задачи другим способом.

Под разными способами решения текстовой задачи чаще всего понимают арифметические способы её решения, которые различаются связями между данными и искомыми, положенными в основу решения. Нельзя путать разные способы записи решения задачи и разные способы её решения. Например, существуют два арифметических способа решения задачи:

От пристани в противоположных направлениях вышли два теплохода. Через 4 ч они находились на расстоянии 224 км друг от друга. Один из них шёл со скоростью 30 км/ч. С какой скоростью шёл другой теплоход?

<u>1-й способ:</u>

1) 224 : 4 = 56 (км/ч) – *скорость удаления*

2) 56 – 30 = 26 (км/ч)

<u>2-й способ:</u>

1) 30 · 4 = 120 (км) – *путь первого теплохода*

2) 224 – 120 = 104 (км) – *путь второго теплохода*

3) 104 : 4 = 26 (км/ч)

Некоторые учащиеся, а иногда и учителя ошибочно считают, что нашли ещё один способ решения данной задачи, если записали всё решение или его часть в виде выражения, например:

1) 30 · 4 = 120 (км)

2) (224 – 120) : 4 = 26 (км/ч)

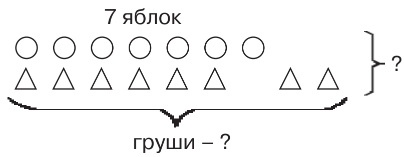
Данный вариант записи решения задачи относится ко второму способу её решения.

Рассмотрим такую задачу:

В вазе 7 яблок, а груш на 2 больше. Сколько фруктов в вазе?

Опишем три различных способа её решения, каждый из которых может служить одним из способов проверки решения.

Составим модель задачи:



<u>1-й способ.</u>

1) 7 + 2 = 9 (гр.) – *груш в вазе*

2) 7 + 9 = 16 (фр.) – *фруктов в вазе*

<u>2-й способ.</u>

1) 7 + 7 = 14 (фр.) – *столько было бы фруктов в вазе, если бы груш было столько же, сколько яблок*

2) 14 + 2 = 16 (фр.) – *фруктов в вазе*

<u>3-й способ.</u>

1) 7 · 2 = 14 (фр.) – *столько было бы фруктов в вазе, так как если бы груш было столько же, сколько яблок, то фруктов было бы в 2 раза больше, чем яблок*

2) 14 + 2 = 16 (фр.) – *фруктов в вазе*

Второй и третий способы решения помогла найти построенная модель, которой можно заменить краткую запись задачи. Желательно шире использовать этот способ проверки в 3–4-м классах, когда большинство учащихся умеют решать задачи самостоятельно.

Все способы привели к одинаковому результату, что и доказывает правильность решения. Кроме того, не подлежит сомнению дидактическая ценность этого способа проверки: умение ученика увидеть возможности решения задачи различными способами характеризует степень осознания им ситуации, представленной в задаче, понимание связей между данными и искомым, его наблюдательность, вариативность мышления, наконец, пробуждает интерес к математике. Однако возможности решения задач разными способами с точки зрения формирования самоконтроля ограничены двумя обстоятельствами.

Во-первых, получение того же результата возможно лишь при верном решении задачи.

Во-вторых, чтобы решение задачи другим способом воспринималось учащимися как средство контроля и самоконтроля, необходимо, чтобы второй способ решения был более освоен ими, чем первый. Однако если учитель предварительно не оговаривает способ решения предлагаемой задачи, то учащиеся обычно сразу выбирают наиболее доступный для них способ решения, что исключает самостоятельную проверку решения задачи этим способом. Поэтому начиная с 1-го класса следует приобщать учащихся к различным способам проверки решения текстовых задач, к их решению разными способами.

Обобщая вышеизложенное, приходим к выводу о том, что решение задач разными способами может содействовать формированию самоконтроля только при постоянной и целенаправленной работе учителя с соблюдением условий, о которых уже говорилось. Особенно важно методически правильно провести знакомство с данным способом проверки. Прежде всего решение предложенной задачи не должно быть слишком лёгким или достаточно обоснованным; помимо этого должен существовать другой арифметический способ её решения, более освоенный учащимися. Только при выполнении этих условий школьники воспримут решение задачи другим способом как проверку.

Заметим, что кроме арифметического существуют и другие способы (методы) решения текстовых задач: алгебраический, практический, графический. Если они достаточно хорошо усвоены, то в ряде случаев любой из них может стать другим способом проверки решения. Важно при этом, чтобы алгебраический способ был основан на других связях между данными и искомыми, нежели те, на которых основан арифметический способ. Например, задачу «От пристани в противоположных направлениях...» можно решить следующим алгебраическим способом:

Пусть X км/ч – скорость другого теплохода, тогда

$(X + 30) \cdot 4 = 224$
$X + 30 = 224 : 4$
$X + 30 = 56$
$X = 56 - 30$
$X = 26$

Если говорить о связях, которые устанавливаются между данными и искомым при таком решении и при решении первым арифметическим способом, то они по сути одинаковые. Поэтому этот алгебраический способ не может быть использован для проверки первого арифметического способа решения, но может быть использован для проверки второго арифметического способа.

Что же касается графического и практического способов (методов) решения текстовых задач, то они тесно связаны с использованием их графических или предметных моделей. Модель позволяет выразить связи между данными и искомым через наглядно видимые связи либо между предметами (группами предметов), либо между отрезками. Построение такой модели после решения задачи арифметическим способом может служить средством контроля как за результатом решения, так и за выбором действий при решении. Следовательно, в применении практического и графического способов (методов) решения заложены возможности проверки не только результата, но и хода решения, что создаёт предпосылки для формирования самоконтроля не только по результату, но и по ходу деятельности. При хорошем владении этими способами (методами решения) контроль может осуществляться мысленно. В этом и состоит их особая ценность.

3. Соотношение полученного результата и условия задачи.

Суть данного приёма заключается в том, что найденный результат вводится в текст задачи и на основе рассуждений по тексту задачи с выполнением при необходимости арифметических действий устанавливается, не возникает ли при этом противоречий. Подобные рассуждения всегда носят неформальный характер, основаны на понимании проверяющим смысла всех слов и предложений текста задачи.

При раскрытии содержания этого способа проверки часто выделяют лишь выполнение арифметических действий над числами, полученными в ответе, и соотнесение их с данными в условии. Однако смысл соотнесения результата и условий гораздо глубже и заключается он не только в выполнении арифметических действий и в получении чисел, данных в задаче, но и в обосновании с помощью этих действий и логических рассуждений того, что при правильном результате все отношения и зависимости между данными и искомыми будут выполнены. Опровержение последнего утверждения в результате такой проверки будет означать, что найденный результат неверен. Приведём пример.

На стройке школы работало 12 грузовиков, а на стройке магазина на 2 грузовика меньше. Сколько грузовиков работало на стройке магазина?

Два ученика решили эту задачу по-разному:

$12 - 2 = 10$ (гр.); $\quad 12 + 2 = 14$ (гр.)

Проведём проверку первого решения. Выполняется ли условие задачи, если считать, что на стройке магазина работало 10 машин? Читаем условие. В нём сказано, что на стройке школы работало 12 грузовиков, а на стройке магазина меньше, чем на стройке школы. Проверяем: $10 < 12$. Значит, это условие задачи выполняется. Узнаем, на сколько меньше машин работало на стройке магазина, чем школы: $12 - 10 = 2$. На стройке магазина машин работало на 2 меньше, чем на стройке школы, что соответствует условию. Таким образом, задача решена правильно.

Теперь проведём проверку второго решения. В условии сказано, что на стройке магазина работало на 2 грузовика меньше, чем на стройке школы. Проверяем: $14 > 12$. Значит, это условие задачи не выполнено. Найдено большее число, а надо было найти меньшее. Решение следует исправить.

Это наиболее естественный способ проверки, однако обучение ему также требует организации специальной работы и постоянного внимания. Регулярное использование этого способа проверки (а он применим для каждой задачи) вырабатывает привычку внимательно относиться к каждому слову в тексте задачи, заставляет учащихся при решении полно формулировать ответ на вопрос задачи.

4. Прикидка ответа или установление его границ.

Суть этого приёма заключается в прогнозировании с некоторой степенью точности правильности результата решения. Применение прикидки даёт ответ на вопрос, правильно ли решена задача, лишь в том случае, когда полученный результат при решении не соответствует прогнозируемому.

Покажем, как проводятся рассуждения при использовании этого приёма в ходе проверки решения следующей задачи:

В одном куске 5 м ткани, в другом – 7 м такой же ткани. Сколько стоит каждый кусок, если за оба куска уплатили 3 600 руб.?

Вначале на основе анализа содержания задачи устанавливается, что стоимость каждого куска ткани меньше, чем 3 600 руб., и второй кусок дороже первого. Выполняем решение:

1) $5 + 7 = 12$ (м)
2) $3600 : 12 = 300$ (руб.)
3) $300 \cdot 5 = 1\,500$ (руб.)
4) $300 \cdot 7 = 2\,100$ (руб.)

Убеждаемся в том, что действительно каждый кусок стоит меньше, чем 3 600 руб., и второй кусок дороже первого. Полученный результат соответствует прогнозируемому, по-видимому, задача решена верно. Если в ходе проверки выяснится, что полученный результат не соответствует прогнозируемому, то следует поискать ошибку в решении. Прежде всего надо проверить правильность вычислений. Если ошибка в них не обнаружится, то следует решить задачу заново или, соотнеся каждое действие с условием, проверить, правильно ли выбраны действия. Самостоятельное осуществление прикидки ответа и соотнесение хода и результата решения с результатом задачи есть не что иное, как осуществление самоконтроля в его наиболее развитом виде. Прикидка помогает и осуществлению поиска решения задачи, так как предполагает проведение первоначального анализа основных связей между данными и искомым и выделение основного отношения между ними.

Частое требование учителя осуществить прикидку ответа воспитывает у учащихся привычку не начинать решение задачи (а в ряде случаев и выполнение других учебных заданий) прежде, чем будет предварительно оценён возможный результат, т.е. воспитывает привычку сначала думать, а потом делать.

Мы рассмотрели основные способы проверки решения задач и показали, что каждый из них обладает различными возможностями в формировании самоконтроля учащихся. Однако только умелое обучение школьников всем способам проверки, постоянное и пристальное внимание учителя к этой работе, обеспечение её направленности на развитие самоконтроля позволят включить этот этап работы над задачей в арсенал активных средств формирования учебной деятельности школьников.

Литература

1. *Зайцева, С.А.* Методика обучения математике в начальной школе / С.А. Зайцева, И.Б. Румянцева, И.И. Целищева. – М. : ВЛАДОС, 2008. – 192 с.

2. *Зайцева, С.А.* Организация работы над текстовой задачей на основе моделирования / С.А. Зайцева, И.И. Целищева // Начальное образование. – 2007. – № 4. – С. 9–16.

3. *Зайцева, С.А.* Организация работы по проверке решения простых текстовых задач / С.А. Зайцева, И.И. Целищева // Начальная школа плюс До и После. – 2010. – № 7. – С. 13–17.

4. *Целищева, И.И.* Как научить младшего школьника самостоятельному решению текстовых задач / И.И. Целищева, С.А. Зайцева // Начальная школа плюс До и После. – 2009. – № 8. – С. 17–19.

Светлана Анатольевна Зайцева *– доктор пед. наук, зав. кафедрой информационных систем и технологий Шуйского государственного педагогического университета;*
Ира Ивановна Целищева *– канд. пед. наук, доцент кафедры математики, физики и методики обучения Шуйского государственного педагогического университета, г. Шуя, Ивановская обл.*